

學生姓名：_____ 班級：_____ 學號：_____

※請將答案填入答案欄中，違者不予計分！

測驗科目	數學科	測驗班級	高三仁(數學 A)
測驗時間	80 分鐘	批閱方式	☒ 人工閱卷 ☐ 電腦閱卷 (請勾選)
命題教師	林慧卿 老師	命題範圍	單元 1~單元 9(除了數據分析)

一、單選題(每題 5 分)

() 1. 關於多項式不等式： $x^2(x-3)(x-4) < (2x-3)(x-3)(x-4)$ ，下列哪一選項是它的其中一個解？($\pi \approx 3.14$) (A) -2π (B) $-\pi$ (C) π (D) 2π (E) 5

() 2. 設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 為實係數多項式函數。若 $f(1) = f(2) = 0$ 且 $f(3) = 4$ ，則 $a + 2b + c$ 的值是下列哪一個選項？ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

() 3. 下列數值何者最接近 $\sqrt{3}$ ？
 (A) $\sqrt{3} \cos 39^\circ + \sin 39^\circ$
 (B) $\sqrt{3} \sin 39^\circ + \cos 39^\circ$
 (C) $\sqrt{3} \cos 59^\circ + \sin 59^\circ$
 (D) $\sqrt{3} \sin 79^\circ + \cos 79^\circ$
 (E) $\sqrt{3} \cos 79^\circ + \sin 79^\circ$

() 4. 坐標平面上兩圖形 Γ_1 ， Γ_2 的方程式分別為： $\Gamma_1 : (x+1)^2 + y^2 = 1$ ， $\Gamma_2 : (x+y)^2 = 1$ 。
 請問 Γ_1 ， Γ_2 共有幾個交點？ (A) 1 個 (B) 2 個 (C) 3 個 (D) 4 個 (E) 0 個

() 5. 設 $a = \cos 1$ ，選出正確的選項：

(A) $-1 < a < 0$ (B) $0 < a < \frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2} < a < \frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2} < a < \frac{\sqrt{3}}{2}$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{2} < a < 1$

- () 6. 試問有多少個正整數 n 滿足 $100 \leq (1.5)^n \leq 500$?
(A) 3 個 (B) 4 個 (C) 5 個 (D) 6 個 (E) 7 個

二、多選題(每題 5 分，錯一個得 3 分 錯二個得 1 分，錯三個以上 0 分)

- () 1. 一等差數列 $\langle a_n \rangle$ ，其中 $a_{71} = 70$ ，且前 101 項的和為 0，則下列哪些選項正確？
(A) $a_1 < 0$ (B) $a_{51} > 0$ (C) $a_1 + a_{101} > 0$ (D) $a_2 + a_{100} < 0$ (E) $a_3 + a_{99} = 0$
- () 2. 針對某 50 人的班級調查喝飲料的習慣，發現其中習慣半糖（糖份減半）的有 37 人，而習慣去冰（不加冰塊）的有 28 人。現在若隨機抽問該班一位同學，他喝飲料的習慣是半糖且去冰的機率有可能是下列哪些選項？
(A) 0.28 (B) 0.46 (C) 0.56 (D) 0.66 (E) 0.74
- () 3. 設 $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 5x + 4$ ，將 $f(x)$ 表成 $a(x-2)^3 + b(x-2)^2 + c(x-2) + d$ ，則下列選項哪些是正確的？
(A) 序組 $(a, b, c, d) = (-2, -9, -17, -10)$
(B) $f(2.01)$ 計算到小數點後第二位（以下四捨五入）的近似值為 -10.17
(C) $f(x)$ 的對稱中心為 $(2, -10)$
(D) $f(x)$ 的廣域特徵圖形近似於 $y = 2x^3$
(E) $f(x)$ 在 $x = 2$ 的局部特徵圖形近似於 $y = -17x + 24$

- () 4. 卡通人物哆啦 B 夢有一種神奇藥水，只要將此藥水滴一滴在某物品上，則此物品即能變多，其變化的規則為每 10 分鐘，物品個數會變為原本的 2 倍。若今哆啦 B 夢把此藥水滴在一個紅豆餅上，關於紅豆餅數量的變化，何者為真？
- (A) 十分鐘後，紅豆餅個數變為 3 個
(B) 一小時後，紅豆餅個數變為 64 個
(C) 二小時後，紅豆餅個數超過 5000 個
(D) 若每個紅豆餅約為 300 公克，則一小時後所有的紅豆餅總重超過 20 公斤
(E) 承(D)，若希望紅豆餅總重超過 60 公斤，至少須等 80 分鐘

- () 5. 在坐標平面上，廣義角 θ 的頂點為原點 O ，始邊為 x 軸的正向，且滿足 $\tan \theta = \frac{2}{3}$ 。若 θ 的終邊上有一點 P ，其 y 坐標為 -4 ，則下列哪些選項一定正確？
- (A) P 的 x 坐標是 6
(B) $\overline{OP} = 2\sqrt{13}$
(C) $\cos \theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$
(D) $\sin 2\theta > 0$
(E) $\cos \frac{\theta}{2} < 0$

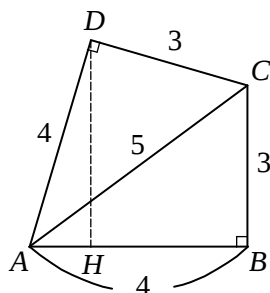
- () 6. 設 a, b 均為實數，且二次函數 $f(x) = a(x-1)^2 + b$ ，滿足 $f(4) > 0$ ， $f(5) < 0$ ，試問下列何者為真？ (A) $f(0) > 0$ (B) $f(-1) > 0$ (C) $f(-2) > 0$ (D) $f(-3) > 0$ (E) $f(-4) > 0$

三、填充題(每題 5 分)

1. 已知坐標平面上三點 $(3, \log 3)$ 、 $(6, \log 6)$ 與 $(12, y)$ 在同一直線上，則 $y = \log$ _____。
2. 設 $f(x)$ 為二次實係數多項式，已知 $f(x)$ 在 $x=2$ 時有最小值 1 且 $f(3)=3$ 。請問 $f(1)$ 之值為_____。

3. 坐標平面上，圓 Γ 完全落在四個不等式： $x-y \leq 4$ 、 $x+y \leq 18$ 、 $x-y \geq -2$ 、 $x+y \geq -24$ 所圍成的區域內。則 Γ 最大可能面積為 _____ π 。(化成最簡分數)

4. 如圖，兩個邊長為 3, 4, 5 的直角三角形板疊放在桌面上，則 D 到 $\overline{AB}$ 的距離 (即 $\overline{DH}$) 為 _____。



5. 擲一粒公正的骰子一次。已知擲出 k ($k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) 點可得獎金 $10k$ 元，求所得獎金的期望值 _____。

6. 學校在校慶舉辦烹飪比賽，每隊 8 人，且男女至少各 2 人。本班有 4 男 7 女舉手報名，請問有 _____ 種組隊方法。

7. 已知 $10^{0.3010} \approx 2$ ， $10^{0.4771} \approx 3$ 。若 6^{50} 是 n 位數字，且最高位數字為 a ，則數對 $(n, a) =$ _____。

8. 某食品實驗室混合甲、乙兩種菌類製成一種新食品。調查後發現乙菌個數是甲菌個數的千倍以上時，新食品才受歡迎。又知道甲菌一日後增加一倍，乙菌增加三倍 (成為原來的四倍)。現在取同數量的甲、乙兩種菌，讓它們同時繁殖，試問至少第 _____ 天後混合甲、乙兩種菌類才能製成受歡迎的食品。

答 案 欄

三年仁班 學號_____ 姓名_____

一、選擇題(每題 5 分，共 30 分)

1	2	3	4	5	6
C	D	C	B	C	B

二、多選題 (每題 5 分，錯一個得 3 分 錯二個得 1 分，錯三個以上 0 分)

1	2	3	4	5	6
AE	BC	ABE	BE	BD	ABC

三、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1	2	3	4
24	3	$\frac{9}{2}$	$\frac{96}{25}$
5	6	7	8
35 元	161	(39,8)	10

第貳部分：非選擇題（占 15 分）

說明：必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。若因字跡潦草、未標示題號、標錯題號等原因，致評閱人員無法清楚辨識，其後果由考生自行承擔。如答案欄空間不夠，可以翻面繼續書寫。

- 一. 傳染病在發生初期時，由於大部分人未感染且無抗體，所以總感染人數大都以指數形式成長。在「初始感染人數為 P_0 ，且每位已感染者平均一天會傳染給 r 位未感染者」的前提下， n 天後感染到此疾病的總人數 P_n 可以表示為

$$P_n = P_0(1+r)^n, \text{ 其中 } P_0 \geq 1 \text{ 且 } r > 0。$$

試回答下列問題：

(1) 已知 $A = \frac{\log P_5 - \log P_2}{3}$ ， $B = \frac{\log P_8 - \log P_6}{2}$ ，試說明 $A = B$ 。(5 分)

- (2) 已知某傳染病初期符合上述數學模型且每隔 16 天總感染人數會增加為 10 倍，試求 $\frac{P_{20}}{P_{17}} \times \frac{P_8}{P_6} \times \frac{P_5}{P_2}$ 的值。(5 分)

(3) 承(2)，試求 $\frac{\log P_{20} - \log P_{17}}{3}$ 的值。(5 分)

手寫答案欄：

接續開始：

