

臺北市立南港高工 107 學年度第 2 學期高二第二次段考數學 題目

卷

編號 本欄由教學組填寫

學生姓名：\_\_\_\_\_ 班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

測驗科目	數學	測驗班級	高二孝, 仁
測驗時間	70 分鐘	批閱方式	人工閱卷
命題教師	柯柔伊	命題範圍	第四冊 2-2~3-3

一、單選題 (5 題 每題 6 分 共 30 分)

( ) 1. 下列增廣矩陣何者所表示之一次聯立方程式無解?

$$(1) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 0 & -8 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 1 & 5 & 8 & 0 \\ 3 & 15 & 24 & 0 \\ 2 & 10 & 16 & 0 \end{bmatrix} \quad (3) \begin{bmatrix} 1 & 5 & 8 & 6 \\ 3 & 15 & 24 & 6 \\ 2 & 10 & 16 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 5 & 7 & 9 \end{bmatrix} \quad (5) \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} .$$

( ) 2. 空間中有二直線  $L_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{4}$ ,  $L_2: 2x = 3y = 6z$ , 則  $L_1$  與  $L_2$  之

關係為:

- (1) 二平行線 (2) 二重合的直線 (3) 歪斜線  
(4) 交於一點且垂直的二直線 (5) 交於一點但不垂直的二直線 .

( ) 3. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , 則  $A^3$  為下列何者?

$$(1) \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3) \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4) \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5) \begin{bmatrix} 1 & 27 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

( ) 4. 若方程組  $\begin{cases} x - y - z = 1 \\ 2x - y + z = 0 \\ 3x + y + 9z = a \end{cases}$  有解, 求  $a$  之值為

- (1) -1 (2) -2 (3) -3 (4) -4 (5) -5 .

( ) 5. 選出錯誤的推理步驟:

$$A^2 = A \xrightarrow{\textcircled{1}} A^2 = AI \xrightarrow{\textcircled{2}} A^2 - AI = O \xrightarrow{\textcircled{3}} A(A - I) = O \xrightarrow{\textcircled{4}} (A - I)A = O \xrightarrow{\textcircled{5}} A = I \text{ 或 } A = O$$

(1)①③⑤ (2)③④⑤ (3)④⑤ (4)③⑤ .

二、多選題 (5 題 每題 6 分, 共 30 分, 錯一個選項得 4 分, 錯兩個選項得 2 分, 錯 3 個選項(含)以上得 0 分)

( ) 1. 設  $A = [a_{ij}]_{4 \times 4}$  滿足  $a_{ij} = \begin{cases} i, & i > j \\ j, & i \leq j \end{cases}$ , 下列何者為真?

(1)  $a_{32} = 3$  (2)  $a_{22} = 2$  (3)  $a_{43} = 4$  (4) 所有元素和為 50  
(5) 所有元素和為 100 .

( ) 2. 若矩陣  $X$  與  $Y$  滿足  $X + 2Y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $Y - 3X = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ , 設  $X = [x_{ij}]_{2 \times 2}$ ,  $Y = [y_{ij}]_{2 \times 2}$ , 則

(1)  $x_{11} > y_{11}$  (2)  $x_{22} > y_{22}$  (3)  $x_{21} + y_{21} = \frac{11}{7}$  (4)  $y_{11} + y_{22} = 0$

(5)  $3Y - 2X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$  .

( ) 3. 下列哪些增廣矩陣所表示的一次方程組恰有一組解?

(1)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}$  (2)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  (3)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

(4)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  (5)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  .

( ) 4. 設  $A, B, C$  皆為  $n$  階方陣, 則下列各性質, 何者必成立?

(1)  $(A + B)C = AC + BC$  (2)  $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$

(3) 若  $A^2 = O$ , 則  $A = O$  (4) 若  $AB = AC$ ,  $A \neq O$ , 則  $B = C$

(5)  $(AB)C = A(BC)$  .

( ) 5. 過  $A(2, 0, 1)$ ,  $B(1, 2, -1)$  兩點之直線方程式可為

$$(1) \frac{x-3}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2} \quad (2) \frac{x-1}{1} = \frac{2-y}{2} = \frac{z+1}{2}$$

$$(3) x = 2 + 2t, y = -4t, z = 1 + 4t \quad (t \text{ 為實數}) \quad (4) 2x - 3y - 4z = 0$$

$$(5) \begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases} .$$

### 三、填充題 (10 格 每格 4 分 共 40 分)

1. 某校學生中午規定只買便當或吃自助餐任選一種，開學第一週有 30% 選自助餐，70% 選便當，據統計吃自助餐的人第二週中午只有 80% 仍繼續選自助餐，吃便當的人第二週中午只有 60% 仍吃便當，則：

(1) 請寫出此餐食選擇的轉移矩陣\_\_\_\_\_。

(2) 第三週吃便當的人所占的百分比為 (以一週為觀察期) \_\_\_\_\_。

2. 空間中點  $(-3, 5, 3)$  對平面  $8x - 14y - 4z + 37 = 0$  的對稱點為\_\_\_\_\_。

3. 已知  $A(1, 0, 0)$ ，及一直線  $L: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$ ，

(1) 求過  $A$  點且包含直線  $L$  的平面方程式為\_\_\_\_\_；

(2) 求過  $A$  點且垂直直線  $L$  的直線方程式為\_\_\_\_\_。

4. 若  $X$  為二階矩陣且滿足  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 4 & -8 \end{bmatrix}$ ，則  $X =$ \_\_\_\_\_。

5. 設  $A$  是二階矩陣，若  $A^3 = \begin{bmatrix} 3 & -10 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$ ， $A^5 = \begin{bmatrix} 7 & -25 \\ 5 & -18 \end{bmatrix}$ ，則  $A =$ \_\_\_\_\_。

6. 設矩陣  $\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -4 \\ 2 & 1 & 3 & 6 \\ 3 & -2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$  經過列運算後得  $\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -4 \\ 0 & 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 & b \end{bmatrix}$ ，則數對  $(a, b)$  為

\_\_\_\_\_。

7. 若直線  $L: \begin{cases} x - y + z + 1 = 0 \\ 2x - y - z - 1 = 0 \end{cases}$  與平面  $E: ax - 3y + z - 5 = 0$  平行，則  $a =$  \_\_\_\_\_

8. 一實驗室培養兩種菌，令  $\langle a_n \rangle$  和  $\langle b_n \rangle$  分別代表兩種培養菌在時間點  $n$  的數量，彼此有如下的關係： $a_n = 2a_{n+1} - b_{n+1}$ ， $b_n = -a_{n+1} + 3b_{n+1}$ ， $n = 0, 1, 2, \dots$  . 若二階方陣

$A$  滿足  $\begin{bmatrix} a_{n+2} \\ b_{n+2} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$ ，求二階方陣  $A =$  \_\_\_\_\_ .

臺北市立南港高工 107 學年度第 2 學期高二第二次段考數學

學生姓名：\_\_\_\_\_ 班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

一、單選題 (5 題 每題 6 分 共 30 分)

1. <b>3</b>	2. <b>3</b>	3. <b>2</b>	4. <b>5</b>	5. <b>3</b>
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

二、二、多選題 (5 題 每題 6 分 ,共 30 分,錯一個選項得 4 分,錯兩個選項得 2 分,錯 3 個選項(含)以上得 0 分)

1. <b>1234</b>	2. <b>2345</b>	3. <b>125</b>	4. <b>15</b>	5. <b>235</b>
----------------	----------------	---------------	--------------	---------------

三、填充題 (10 格 每格 4 分 共 40 分)

1.(1) $\begin{bmatrix} 0.8 & 0.4 \\ 0.2 & 0.6 \end{bmatrix}$	1(2). <b>39.2%</b>	2. <b>(1, -2, 1)</b>	3(1) <b><math>2x + y - 2z = 2</math></b>	3(2). $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$
4. $\begin{bmatrix} 12 & -18 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$	5. $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$	6. <b>(2, 1)</b>	7. <b>4</b>	8. $\begin{bmatrix} 2/5 & 1/5 \\ 1/5 & 1/5 \end{bmatrix}$