臺北市立南港高工 108 學年度第 1 學期　第一次期中考 題目卷

測驗科目	數學	測驗班級	綜高高二 社會組
測驗時間	80 分鐘	批閱方式	☑人工閱卷　□電腦閱卷
命題教師	李昌翰	命題範圍	1-1～2-2 直線排列

☆答案請填寫於答案卷，答案卷背面可供計算。　　學號：　　姓名：

一、單選題 (5 題 每題 5 分 共 25 分)

( ) 1. 右圖為火車座位圖，下列何者錯誤?

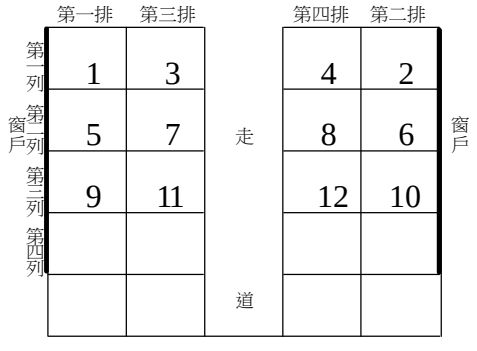
(1)每排都是等差數列

(2)每一排的公差是 4

(3)第四排第十三列為 52 號

(4)38 號是第二排第十列

(5)43 號是第三排第十列



( ) 2. 將數列 $2\times5+4\times8+6\times11+8\times14+10\times17+12\times20$ 用Σ表示，下列何者正確？

(1) $\sum_{k=1}^{6}2k(3k+2)$　(2) $\sum_{k=1}^{12}2k(2k+3)$　(3) $\sum_{k=-1}^{4}(2k+4)(-2k+3)$　(4) $\sum_{k=2}^{12}k(k+3)$　(5) $\sum_{k=1}^{6}2k(2k+1)$

( ) 3. 已知一等比級數的公比為 $\frac{1}{2}$，第 8 項為 $\frac{2}{3}$，則此等比級數前 8 項之和為

(1)85　(2)95　(3)170　(4)180　(5)190

( ) 4. 若 $P_m^8=6P_{m-2}^8$，則 $m=$　(1)6　(2)7　(3)8　(4)9　(5)10

( ) 5. 下列哪個數列中第 5 項的值大於 3?

(1)$\langle 2\rangle$　(2)$\langle -3n+10\rangle$　(3)$\langle\frac{5n-3}{2n-1}\rangle$　(4)$\langle(-2)^{n-1}\rangle$　(5)$\langle\frac{2^n}{11}\rangle$

二、多選題 (5 題，每題 5 分，全對得 5 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項得 1 分，錯四個以上 0 分)

( ) 1. 關於 720 的正因數，下列何者正確？

(1)正因數有 24 個　(2)5 的倍數有 8 個　(3)是 2 的倍數但不是 3 的倍數有 10 個　(4)4 的倍數有 18 個　(5)正因數的總和為 2418

( ) 2. 下列選項中，何者正確?

(1) $\sum_{k=1}^{n}k=\frac{k(k+1)}{2}$　(2) $\sum_{k=1}^{n}n=n^2$　(3) $\sum_{k=1}^{n}k(k+1)=\sum_{k=1}^{n}k\cdot\sum_{k=1}^{n}(k+1)$　(4) $\sum_{k=1}^{n}(k^2-3k)=\sum_{k=1}^{n}k^2-3\sum_{k=1}^{n}k$　(5) $\sum_{k=1}^{n}\frac{2}{k+1}=\frac{\sum_{k=1}^{n}2}{\sum_{k=1}^{n}(k+1)}$

( ) 3. 下列集合何者與 $S=\{1,2,3\}$相等?

(1)$\{x|x$ 為不大於 3 的自然數$\}$　(2)$\{3,2,1\}$　(3)$\{1,2,2,3,3,3\}$　(4)$\{x|(x-1)(x-2)(x-3)=0\}$

(5)$\{x|(x-1)^2+(x-2)^2+(x-3)^2=0\}$

( ) 4. 高二仁班 32 人，在某次段考國、英、數三科中，已知國文及格者 14 人，英文及格者 17 人，數學及格者 19 人，又知國、英兩科皆及格者 6 人，英、數兩科皆及格者 10 人，國、數兩科皆及格者 9 人，此三科均及格者 4 人，則下列敘述何者正確?

(1)三科中至少一科及格的有 25 人　(2)三科均不及格的有 7 人　(3)恰有一科及格的有 12 人　(4)三科中至少兩科及格的有 17 人　(5)數學及格且國文不及格的有 10 人

( ) 5. 設集合 A，B 均為宇集合的子集，若 $A\subset B$，則下列何者恆真?

(1)$A\cap B=A$　(2)$A\cup B=B$　(3)$A-B=\varnothing$　(4)$B-A=A'$　(5)$B'\subset A'$.

三、填充題 (10 格 每格 4 分 共 40 分)

1. 設$\langle a_n \rangle$是等差數列，且$a_3 = 56,\ a_{10} = -7$，則a_{37}=_____。

2. 等比數列$\frac{4}{21}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \cdots$中，自第_____項開始大於 1。

3. 計算$\sum_{k=1}^{20} 2k(k+1)$=_____．

4. 自從裕委買了新手機之後，他的桃花有如滔滔江水，連綿不絕，更有如黃河氾濫，一發不可收拾，於是他便交了一位新女友，他對女友非常好，每天給她零用錢，規則如下：
(i)第一天給 1 元，第二天給 3 元． (ii)每一天所給的錢剛好比前一天的 2 倍還多出 1 元
設a_n為第 n 天所給的金額，請寫出$\langle a_n \rangle$的遞迴關係式。

5. 設集合$A = \{2, 4, a^2+1\},\ B = \{-4, 3a+1, a+7\}$，且$A \cap B = \{5\}$，求實數$a$的值。

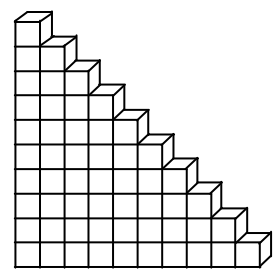
6. 李煜中午去學校對面吃火鍋，必須選鍋底、肉類和附餐各一種，鍋底有昆布、豚骨及麻辣三種，肉類有牛肉、豬肉、雞肉及魚四種，附餐有麵和白飯兩種，點餐方式有_____種。

7. 高二仁有 7 人去健康中心補做身體檢查，其中小玉和阿年很愛聊天，不能排在一起，這 7 人排成一列的方式有_____種。

8. 有四對情侶一起去看電影．若全部入座後八人坐在同一排（此排恰八個位置）且每對情侶都相鄰而坐．就座方法有_____種。

9. 已知$n(A) = 6,\ n(B) = 8,\ n(A \cup B) = 12$，求$n(A - B)$的值=_____

10. 將邊長為 1 公分的正立方體堆疊成一階梯形立體，如下圖所示，其中第 1 層（最下層）有 10 塊，第 2 層有 9 塊，…，依此類推．當堆疊完 10 層時，該階梯形立體的表面積（即該立體的前、後、上、下、左、右各表面的面積總和）為多少？ _____
(1)75 平方公分 (2)90 平方公分 (3)110 平方公分 (4)130 平方公分 (5)150 平方公分



四、證明題 (10 分，依證明過程計分)

使用數學歸納法證明：對於所有的正整數n，$1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

臺北市立南港高工 108 學年度第 1 學期 第一次期中考 答案卷

一、單選題 (5 題 每題 5 分 共 25 分)

1.	2.	3.	4.	5.

二、多選題 (5 題，每題 5 分，全對得 5 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項得 1 分，錯四個以上 0 分)

1.	2.	3.	4.	5.

三、填充題 (10 格 每格 4 分 共 40 分)

1.	2.	3.	4. $\begin{cases} a_1 = \\ a_n = \end{cases}$	5.
6.	7.	8.	9.	10.

四、證明題 (10 分，依證明過程計分)

使用數學歸納法證明：對於所有的正整數 n ，$1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

證：

臺北市立南港高工 108 學年度第 1 學期　第一次期中考　答案卷

一、單選題 (5 題　每題 5 分　共 25 分)

1.	2.	3.	4.	5.
5	1	3	2	4

二、多選題 (5 題，每題 5 分，全對得 5 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項得 1 分，錯四個以上 0 分)

1.	2.	3.	4.	5.
45	24	1234	345	1235

三、填充題 (10 格　每格 4 分　共 40 分)

1.	2.	3.	4.	5.
-250	6	6160	$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 2a_{n-1} + 1,\ n \geq 2 \end{cases}$	-2
6.	7.	8.	9.	10.
24	3600	384	4	5

四、證明題 (10 分，依證明過程計分)

使用數學歸納法證明：對於所有的正整數 n ，$1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$

證：(1)當 $n=1$ 時，左式=1，右式 $=\dfrac{1\times(1+1)}{2}=1$，　　.....2%.

左式=右式，原式成立。

(2)設 $n=k$ 時，原式成立，即 $1+2+\cdots+k=\dfrac{k(k+1)}{2}$　　.....2%

則 $n=k+1$ 時，$1+2+\cdots+k+(k+1)=\dfrac{k(k+1)}{2}+(k+1)$　　.....2%.

$$=(k+1)\left(\frac{k}{2}+1\right)$$

$$=(k+1)\left(\frac{k+2}{2}\right)$$　　.....2%

$$=\frac{(k+1)[(k+1)+1]}{2}$$

原式亦成立

(3)根據數學歸納法，對於所有的正整數 n ，$1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$　　.....2%