

臺北市立南港高工 108 學年度第 2 學期 數學科 第二次期中考 題目卷

測驗科目	數學	測驗班級	綜高高二 社會組
測驗時間	80 分鐘	批閱方式	☒ 人工閱卷 ☐ 電腦閱卷
命題教師	李昌翰	命題範圍	數學第四冊 2-2 ~ 3-3

☆答案請填寫於答案卷上

高二仁 姓名：

座號：

一、是非題 (6 題 每題 1 分 共 6 分)

() 1. $x=y=0$ 的圖形在空間中為一直線。

() 2. 若直線 L 的參數式為 $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3-2t \end{cases}$, t 是實數, 則 $\vec{v}=(1,2,3)$ 為直線 L 的一個方向向量。

() 3. 用矩陣列運算解 x, y, z 的線性方程組, 若可化為 $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \end{array} \right]$, 則方程組解為 $x=2, y=-5, z=-3$ 。

() 4. 若 $AB=AC$, 且 $A \neq O$, 則 $B=C$ 。

() 5. $A^2 - I^2 = (A+I)(A-I)$ 。

() 6. 設 A, B 是轉移矩陣, 則 AB 是轉移矩陣。

二、單選題 (4 題 每題 6 分 共 24 分)

() 1. 聯立方程式 $\begin{cases} 1-x+2y-3z=0 \\ 3x-2y+3=2z \\ 2x-3y+z=5 \end{cases}$, 則其增廣矩陣為下列何者?

(1) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 & -1 \\ 3 & -2 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 & 1 \\ 3 & -2 & -2 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & -5 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & -2 & -2 & -3 \\ 2 & -3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

() 2. 若 $\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + d \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, 則 $a+b+c+d$ 的值為

(1)11 (2)12 (3)13 (4)14 (5)15。

() 3. 設 A, B, C 皆為二階方陣, O 為二階零矩陣, 判斷下列敘述何者為真?

(1)若 $AB=AC$ 且 $A \neq O$, 則 $B=C$ (2) $A(BC)=(AB)C$ (3)若 $AB=O$, 則 $A=O$ 或 $B=O$
(4)若 $A^2=A$, 則 $A=O$ 或 $A=I$ (5)若 $AB=O$, 則 $BA=O$ 。

() 4. 利用反方陣解矩陣方程式的方法運用在密碼學中, 首先用矩陣將英文字母編碼, 例如: a 以 $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 表之, b 以 $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ 表之, c 以 $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ 表之, ..., z 以 $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$ 表之。而單字“box”以 $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ 表之, 其餘類推。今為了保密將某英文單

字以矩陣 A 表示並加密後再傳出，方法如下：選取二個二階方陣 $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ 、 $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ，計算 $(B + 2C)A$

後，再傳出。假設收到的內容為矩陣 $\begin{bmatrix} 14 & 13 & 8 \\ 35 & 32 & 20 \end{bmatrix}$ ，則原單字為何？

(1)dog (2)cat (3)you (4)cow (5)god .

三、多選題 (5 題 每題 6 分 共 30 分。錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯 3 個選項以上得 0 分)

() 1. 在空間中，下列何者圖形表示一直線？

(1) $x = 2$ (2) $x + y = 2$ (3) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 3x - 6y + 3z + 1 = 0 \\ -x + 2y - z + 1 = 0 \end{cases}$ (5) $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{4}$.

() 2. 設平面 $E: x + 2y - 2z = 5$ ，則下列何者正確？

(1) 若 $L_1: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{4}$ ，則 L_1 在平面 E 上

(2) 若 $L_2: \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{2} = \frac{z-5}{3}$ ，則 $L_2 // E$

(3) 若 $L_3: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$ ，則 L_3 與 E 交於一點

(4) 若 $L_4: \frac{x+3}{-1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-1}{2}$ ，則 $L_4 \perp E$.

() 3. 下列哪一個矩陣經過列運算後可化成 $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ ？

(1) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 & 0 \\ -3 & -3 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 9 \\ 3 & 1 & 2 & 7 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 9 \\ 1 & -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

() 4. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $C = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ 。選出正確的選項：

(1) 若矩陣 $D = CA$ ，則 D 為 2×1 矩陣 (2) 矩陣 BC 為 2×1 矩陣 (3) 矩陣 ABC 為 2×1 矩陣 (4) $AB = BA$

(5) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

() 5. 下列哪些方陣有乘法反方陣？

(1) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 100 & 200 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$.

四、填充題 (10 格 每格 4 分 共 40 分)

1. 已知 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$, 求 $A(A-B) =$ _____

2. 求直線 $L: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$ 與平面 $2x - y + 3z = 3$ 之交點坐標為_____。

3. 直線 $L_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{-3}$, $L_2: \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-2}$, L_2 落在平面 E 上, L_1 與 E 平行, 求平面 E 方程式為_____。

4. 若 $\begin{cases} x - y - z = 2 \\ x + z = 3 \\ 4x - 3y - 2z = t \end{cases}$ 有解, 求 $t =$ _____。

5. 小英使用高斯消去法, 在紙上解三元一次方程組如下

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & a & 11 \\ 2 & b & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 8 & c \end{bmatrix} \rightarrow \cdots \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \text{ 則 } (a, b, c) = \text{_____}。$$

6. 設 $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ 為三階矩陣, 其中 $a_{ij} = 1 - ij$, 求 A 中之元素總和為_____。

7. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, 則 $A^7 =$ _____。

8. 在電路網中並聯的兩個電阻器, 其電阻的計算公式為 $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, 其中 R_1, R_2 是原來電阻器的電阻, 而 R 是並聯後的電阻, 給定 A, B, C 三個電阻器, 並聯 A, B 得到的電阻是 48 歐姆 (Ohm), 又並聯 B, C 得到的電阻是 80 歐姆, 並聯 A, C 得到的電阻是 60 歐姆, 則 A 的電阻為_____歐姆。

9. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \end{bmatrix}$, 且矩陣 $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ 滿足 $AX = B$, 求 $X =$ _____。

10. 某國政府長期追蹤全國國民的經濟狀況, 依訂定的標準將國民分為高收入和低收入兩類。統計發現: 高收入的人口中, 每年有 3 成會轉變為低收入; 低收入的人口中, 每年有 1 成會轉變為高收入。已知目前全國國民有 3 成為高收入, 7 成為低收入, 長期而言低收入人口是高收入人口的_____倍。

台北市立南港高工 108 學年度第二學期 數學科 第二次期中考 答案卷

高二仁 座號： 姓名：

一、是非題 (6 題 每題 1 分 共 6 分)

1	2	3	4	5	6

二、單選題 (4 題 每題 6 分 共 24 分)

1	2	3	4

三、多選題 (5 題 每題 6 分 共 30 分。錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯 3 個選項以上得 0 分)

1	2	3	4	5

四、填充題 (10 格 每格 4 分 共 40 分)

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

台北市立南港高工 108 學年度第二學期 數學科 第二次期中考 答案卷

高二仁 座號： 姓名：

一、是非題 (6 題 每題 1 分 共 6 分)

1	2	3	4	5	6
○	×	×	×	○	○

二、單選題 (4 題 每題 6 分 共 24 分)

1	2	3	4
4	3	2	5

三、多選題 (5 題 每題 6 分 共 30 分。錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯 3 個選項以上得 0 分)

1	2	3	4	5
35	34	13	23	25

四、填充題 (10 格 每格 4 分 共 40 分)

1	2	3	4	5
$\begin{bmatrix} 9 & 1 \\ -14 & 16 \end{bmatrix}$	$(-2, -1, 2)$	$2x+3y+6z+6=0$	9	$(-3, 5, -3)$
6	7	8	9	10
-27	$\begin{bmatrix} 1024 & 1024 \\ -1024 & 1024 \end{bmatrix}$	80	$\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$	3