

臺北市立南港高工 109 學年度第 1 學期 數學科 第一次期中考 題目卷

|      |       |      |                                                                        |
|------|-------|------|------------------------------------------------------------------------|
| 測驗科目 | 數學    | 測驗班級 | 綜高高三 社會組                                                               |
| 測驗時間 | 80 分鐘 | 批閱方式 | <input checked="" type="checkbox"/> 人工閱卷 <input type="checkbox"/> 電腦閱卷 |
| 命題教師 | 李昌翰   | 命題範圍 | 單元 2 多項式函數 ~ 單元 7 數據分析                                                 |

☆試題後附有參考公式及可能用到的數值

高三仁 姓名：

座號：

一、單選題 (7 題 每題 5 分 共 35 分)

( ) 1. 設  $f(x)$  為實係數三次多項式，且  $f(i) = 0$  ( $i = \sqrt{-1}$ )，則函數  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸有幾個交點？

(1)0 (2)1 (3)2 (4)3 (5)因  $f(x)$  的不同而異。

( ) 2. 對任意實數  $x$  而言， $27^{\left(x^2 + \frac{1}{3}\right)}$  的最小值為何？

(1)3 (2) $3\sqrt{3}$  (3)9 (4)27 (5) $81\sqrt{3}$ 。

( ) 3. 一等差數列共十項，若第四項與第七項的和為 21，則此數列的總和為

(1)120 (2)115 (3)110 (4)105 (5)100。

( ) 4. 某地區 12 歲以上人口區分為中老年、青壯年及青少年三類，所占比率各為 30%，45% 及 25%，且使用某手機通訊軟體的比率各為 35%，40% 與 30%，請問 12 歲以上人口中使用此手機通訊軟體的比率為多少？請選出正確的選項。

(1)24% (2)28% (3)32% (4)36% (5)40%。

( ) 5. 某超商依據過去的銷售紀錄，冬天平均氣溫在  $6^{\circ}\text{C}$  到  $24^{\circ}\text{C}$  時，每日平均售出的咖啡數量與當天的平均氣溫之相關係數為  $-0.99$ ，部分紀錄如下表。

|                             |     |     |     |     |     |     |
|-----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 平均氣溫 ( $^{\circ}\text{C}$ ) | 11  | 13  | 15  | 17  | 19  | 21  |
| 平均售出量 (杯)                   | 512 | 437 | 361 | 279 | 203 | 135 |

某日平均氣溫為  $8^{\circ}\text{C}$ ，依據上述資訊推測，試問該日賣出的咖啡數量應接近下列哪一個選項？

(1)570 杯 (2)625 杯 (3)700 杯 (4)755 杯 (5)800 杯。

( ) 6. 一乒乓球隊有 6 位選手，其中甲、乙、丙為右手持拍的選手，丁、戊為左手持拍的選手，而己為左右手皆可持拍的選手。現在要派出兩名選手參加雙打，規定由一名可以右手持拍的選手與一名可以左手持拍的選手搭配。請問共有多少種可能的搭配？

(1)7 (2)9 (3)11 (4)13 (5)15。

- ( ) 7. 某鉛筆廠商欲推出一種新產品，在上市前以不同的單價  $x$  (單位：十元) 調查市場的需求量  $y$  (單位：萬盒)，調查結果如下：

|     |    |    |    |    |    |
|-----|----|----|----|----|----|
| $x$ | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| $y$ | 11 | 12 | 10 | 8  | 9  |

問  $x$  和  $y$  的相關係數是下列哪一個值？

- (1) 0.8 (2) 0.4 (3) 0 (4) -0.4 (5) -0.8 .

## 二、多選題 (5 題 每題 5 分 共 25 分)

- ( ) 1. 數列  $\langle a_n \rangle$  滿足  $a_1 = \frac{1}{3}$  且  $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{4a_n - 3}$ ， $n = 1, 2, 3, \dots$ ，則下列何者正確？

- (1)  $a_2 = \frac{2}{5}$  (2)  $a_3 = \frac{5}{6}$  (3)  $a_4 = \frac{4}{9}$  (4)  $a_5 = \frac{7}{10}$  (5)  $a_{10} = \frac{10}{21}$  .

- ( ) 2. 設  $a > 1 > b > 0$ ，關於下列不等式，請選出正確的選項。

- (1)  $(-a)^7 > (-a)^9$  (2)  $b^{-9} > b^{-7}$  (3)  $\log_{10} \frac{1}{a} > \log_{10} \frac{1}{b}$  (4)  $\log_a 1 > \log_b 1$  (5)  $\log_a b \geq \log_b a$  .

- ( ) 3. 關於三次多項式  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 1$ ，試問下列哪些敘述是正確的？

- (1)  $f(x) = 0$  有實根也有虛根  
(2)  $f(x) = 0$  有實根小於 -1  
(3)  $f(x) = 0$  有實根落在 0 與 1 之間  
(4)  $f(x) = 0$  有實根大於 1  
(5)  $f(x) = 10$  有實數解 .

- ( ) 4. 設有甲、乙、丙、丁、戊五組資料，每組各有 5 個數據，分別如下

甲組：1, 2, 3, 4, 5

乙組：-2, -4, -6, -8, -10

丙組：15, 25, 35, 45, 55

丁組：2, 2, 2, 2, 2

戊組：2001, 2002, 2003, 2004, 2005

且這五組的標準差分別為： $\sigma_{\text{甲}}$ ， $\sigma_{\text{乙}}$ ， $\sigma_{\text{丙}}$ ， $\sigma_{\text{丁}}$ ， $\sigma_{\text{戊}}$ ，則下列選項何者正確？

- (1)  $\sigma_{\text{乙}} < \sigma_{\text{丁}}$  (2)  $\sigma_{\text{甲}} < \sigma_{\text{丙}}$  (3)  $\sigma_{\text{戊}} < \sigma_{\text{甲}}$  (4)  $\sigma_{\text{丙}} > \sigma_{\text{戊}}$  (5)  $\sigma_{\text{乙}} = -2\sigma_{\text{甲}}$  .

( ) 5. 學校規定學生若要獲得數學獎學金必須同時滿足以下兩個要求：

①國文成績不低於 80 分或英文成績不低於 80 分

②數學成績 85 分（含）以上且物理成績及格。

已知小宗數學 90 分，試問下列哪些選項的推論是正確的？

(1)若物理不及格，則無法獲得獎學金

(2)若物理及格，但是英文不及格，則無法獲得獎學金

(3)若國文 84 分且物理及格，則可以獲得獎學金

(4)若國文、英文皆 85 分，則可以獲得獎學金

(5)若無法獲得獎學金，則國文、英文皆低於 80 分且物理不及格。

### 三、填充題 (8 格 每格 5 分 共 40 分)

A. 設  $a$ ， $b$  為正整數，2， $a$ ， $b$  是一個等比數列， $a$ ， $b$ ，30 是一個等差數列，則  $b =$ \_\_\_\_\_。

B. 設以  $x^2 + x - 6$  除多項式  $f(x)$  與  $g(x)$ ，分別得餘式  $3x + 4$  與  $-2x + 3$ ，則  $x + 3$  除  $2f(x) + 3g(x)$  之餘式為\_\_\_\_\_。

C. 若  $a$  為正整數且方程式  $5x^3 + (a + 4)x^2 + ax + 1 = 0$  的根都是有理根，則  $a =$ \_\_\_\_\_。

D. 某高中一次數學競試成績結算得平均值 42 分，標準差 12 分；為使成績公告時平均值提高到 63 分，故將所有成績均進行線性函數處理，且使原始最高分數 72 分，剛好等於 88 分，則此時標準差變成\_\_\_\_\_分。

E. 設地震能量  $E$  與地震規模  $M$  的關係如下： $\log E(M) = 11.8 + 1.5M$ ，試問芮氏規模 7 的地震，其所釋放的能量是芮氏規模 5 的\_\_\_\_\_倍。

F. 小燦預定在陽臺上種植玫瑰、百合、菊花和向日葵等四種盆栽。小燦希望陽臺上擺滿 8 盆，並且每種花至少一盆，則小燦買盆栽的方法共有\_\_\_\_\_種。

G. 假設一個 50 歲的人罹患糖尿病的機率是  $\frac{1}{10}$ ，心臟病的機率是  $\frac{1}{6}$ ，兩種都罹患的機率是  $\frac{1}{30}$ ，求一個 50 歲的人，這兩種病都沒有的機率為\_\_\_\_\_。

H. 臺灣的醫學水準名列世界前茅，各種醫療檢驗也都有相當高的準確率，但對於檢驗的「準確率」，許多國人尚未有正確的認知，舉例如下：某種診斷方法可有效的檢驗出初期的癌症，依過去的經驗知道，該方法對於癌症患者的檢出率高達 0.95，同時對於健康的人誤判為罹癌者的比例亦低至 0.05。假設一群人中 5% 的人罹患癌症，現從全體中任選一人加以檢驗，若此人被檢驗出患有癌症，求此人確實罹癌的機率為\_\_\_\_\_。

#### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$

3. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數  $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

4. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

5. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

臺北市立南港高工 109 學年度第 1 學期 數學科 第一次期中考 答案卷

高三仁 座號： 姓名：

一、單選題 (7 題 每題 5 分 共 35 分)

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|   |   |   |   |   |   |   |

二、多選題 (5 題 每題 5 分 共 25 分)

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|   |   |   |   |   |

三、填充題 (8 格 每格 5 分 共 40 分)

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |
|   |   |   |   |
| E | F | G | H |
|   |   |   |   |

臺北市立南港高工 109 學年度第 1 學期 數學科 第一次期中考 答案卷

高三仁 座號： 姓名：

一、單選題 (7 題 每題 5 分 共 35 分)

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 1 | 4 | 4 | 2 | 3 | 5 |

二、多選題 (5 題 每題 5 分 共 25 分)

|     |    |     |    |    |
|-----|----|-----|----|----|
| 1   | 2  | 3   | 4  | 5  |
| 135 | 12 | 345 | 24 | 13 |

三、填充題 (8 格 每格 5 分 共 40 分)

|      |    |                 |               |
|------|----|-----------------|---------------|
| A    | B  | C               | D             |
| 18   | 17 | 7               | 10            |
| E    | F  | G               | H             |
| 1000 | 35 | $\frac{23}{30}$ | $\frac{1}{2}$ |