

臺北市立南港高工 109 學年度第 1 學期 數學科 第二次期中考 題目卷

測驗科目	數學	測驗班級	綜高高三 社會組
測驗時間	80 分鐘	批閱方式	<input checked="" type="checkbox"/> 人工閱卷 <input type="checkbox"/> 電腦閱卷
命題教師	李昌翰	命題範圍	單元 8 三角 ~ 單元 10 平面向量

☆答案卷後附有參考公式及可能用到的數值

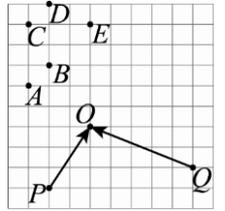
高三仁 姓名：

座號：

一、單選題 (7 題 每題 5 分 共 35 分)

() 1. 如圖，下面哪一選項中的向量與另兩個向量 \vec{PO} ， \vec{QO} 之和等於零向量？

- (1) \vec{AO} (2) \vec{BO} (3) \vec{CO} (4) \vec{DO} (5) \vec{EO} .



() 2. 坐標平面上兩直線之斜率分別為 $\sqrt{3}$ 及 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ，則下列何者為其一夾角？

- (1) 15° (2) 30° (3) 45° (4) 60° (5) 90° .

() 3. 請問 $\sin 73^\circ$ ， $\sin 136^\circ$ ， $\sin 219^\circ$ ， $\sin 292^\circ$ ， $\sin 365^\circ$ 這五個數值的最大值是哪一個？

- (1) $\sin 73^\circ$ (2) $\sin 136^\circ$ (3) $\sin 219^\circ$ (4) $\sin 292^\circ$ (5) $\sin 365^\circ$

() 4. 試問共有多少個正整數 n 使得坐標平面上通過點 $A(-n, 0)$ 與點 $B(0, 2)$ 的直線亦通過點 $P(5, k)$ ，其中 k 為某一正整數？

- (1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 0 個 .

() 5. 點 $A(1,0)$ 在單位圓 $\Gamma: x^2 + y^2 = 1$ 上。試問： Γ 上除了 A 點以外，還有幾個點到直線 $L: y = 2x$ 的距離，等於 A 點到 L 的距離？

- (1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 0 個 .

() 6. 在 $x \geq 0$ ， $y \geq 0$ ， $2x + y \leq 50$ ， $x + y \leq 35$ 的條件下，求 $5x + 7y$ 的最大值為

- (1) 350 (2) 125 (3) 175 (4) 185 (5) 245 .

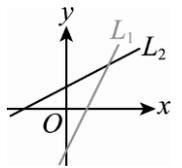
() 7. 設 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 21$, 則下列哪一個選項是正確的?

(1) $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = -21$ (2) $\begin{vmatrix} a & -b \\ -c & d \end{vmatrix} = -21$ (3) $\begin{vmatrix} a & \frac{1}{7}b \\ \frac{1}{7}c & d \end{vmatrix} = 21$ (4) $\begin{vmatrix} a & \frac{1}{7}a+b \\ c & \frac{1}{7}c+d \end{vmatrix} = 3$ (5) $\begin{vmatrix} a & a+\frac{1}{7}b \\ c & c+\frac{1}{7}d \end{vmatrix} = 3$

二、多選題 (6 題 每題 5 分 共 30 分)

() 8. 如右圖, 兩直線 L_1, L_2 之方程式分別為 $L_1: x+ay+b=0$, $L_2: x+cy+d=0$, 試問下列哪些選項是正確的?

- (1) $a > 0$ (2) $b > 0$ (3) $c > 0$ (4) $d > 0$ (5) $a > c$.



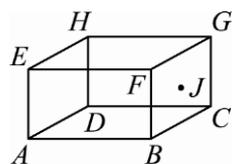
() 9. 與單位圓: $x^2 + y^2 = 1$ 相切的圖形有哪些?

- (1) $x = 1$ (2) $y = 1$ (3) $x - y = 1$ (4) $x + y = \sqrt{2}$ (5) $(x-3)^2 + y^2 = 16$.

() 10. 設 $ABCD-EFGH$ 為一平行六面體, 其投射在布幕的影像, 如右圖, J 為四邊形 $BCGF$ 的中心, 如

果 $\vec{AJ} = a\vec{AB} + b\vec{AD} + c\vec{AE}$, 試問下列哪些選項是正確的?

- (1) $\frac{1}{3} < b < \frac{2}{3}$ (2) $a + b + c = 2$ (3) $c = 1$ (4) $b = c$ (5) $a = b$.



() 11. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $70^\circ < \angle A < \angle B < 80^\circ$. 試選出正確的選項.

- (1) $\sin A < \sin B$ (2) $\sin B < \sin C$ (3) $\cos A < \cos B$ (4) $\sin C < \cos C$ (5) $\overline{AB} < \overline{BC}$.

() 12. 在坐標平面上，廣義角 θ 的頂點為原點 O ，始邊為 x 軸的正向，且滿足 $\tan \theta = \frac{2}{3}$ 。若 θ 的終邊上有一點 P ，其 y 坐標為 -4 ，則下列哪些選項一定正確？

- (1) P 的 x 坐標是 6 (2) $\overline{OP} = 2\sqrt{13}$ (3) $\cos \theta = \frac{-3}{\sqrt{13}}$ (4) $\tan 2\theta > 0$ (5) $\sin 2\theta < 0$ 。

() 13. 設不共點的三直線之方程式分別為 $\begin{cases} ax - 4y = 1 \\ (a+1)x + 3y = 2 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$ ，其中 a 為實數。試問 a 為何值時，上述三直線

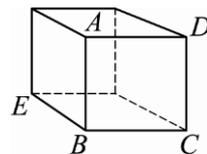
會圍出一個直角三角形？

- (1) 0 (2) 1 (3) 5 (4) -4 (5) -8 。

三、填充題 (7 格 每格 5 分 共 35 分)

A. 空間中一長方體如右圖所示，其中 $ABCD$ 為正方形， \overline{BE} 為長方體的一邊。已知 $\tan \angle AEB = \frac{3}{4}$ ，

則 $\tan \angle CED = \frac{\textcircled{1}}{\textcircled{2}}$ 。(化為最簡根式)



B. 令 $A(-1, 6)$ ， $B(3, -1)$ ， $C(4, 4)$ 為坐標平面中三點。若 D 為平面中的一點且滿足 $2\overrightarrow{DA} - 4\overrightarrow{DB} + 3\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{0}$ ，

則點 D 的坐標為 $(\textcircled{3} \textcircled{4})$ ， $(\textcircled{5} \textcircled{6})$ 。

C. 坐標平面上有兩條平行直線. 它們的 x 截距相差 20, y 截距相差 15, 則這兩條平行直線的距離為 ⑦ ⑧。

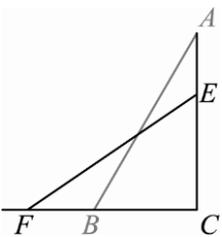
D. 設 $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{b} = (2, 6)$, $t \in \mathbb{R}$, 當 t 值為 ⑨ ⑩ 時, 則 $|t\vec{a} + \vec{b}|$ 有最小值。

E. 設 x, y 為實數且 $3x + 4y = 3$, 則 $(x - 2)^2 + (y - 3)^2$ 的最小值為 ⑪。

F. 設 \vec{u}, \vec{v} 為兩個長度皆為 1 的向量. 若 $\vec{u} + \vec{v}$ 與 \vec{u} 的夾角為 60° , 則 \vec{u} 與 \vec{v} 的內積為 $\frac{\textcircled{12} \textcircled{13}}{\textcircled{14}}$ 。

(化為最簡根式)。

G. 如下圖所示 (只是示意圖), 將梯子 \overline{AB} 靠在與地面垂直的牆 \overline{AC} 上, 測得與水平地面的夾角 $\angle ABC$ 為 60° . 將在地面上的底 B 沿著地面向外拉 51 公分到點 F (即 $\overline{FB} = 51$ 公分), 此時梯子 \overline{EF} 與地面的夾角 $\angle EFC$ 之正弦值為 $\sin \angle EFC = 0.6$, 則梯子長 $\overline{AB} = \textcircled{15} \textcircled{16} \textcircled{17}$ 公分。



高三仁 座號： 姓名：

一、單選題 (7 題 每題 5 分 共 35 分)

1	2	3	4	5	6	7

二、多選題 (6 題 每題 5 分 共 30 分)

8	9	10	11	12	13

三、填充題 (7 格 每格 5 分 共 35 分)

A	B	C	D	E	F	G

參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

3. 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$, $x_1 \neq x_2$

4. 點 (x_1, y_1) 到直線 $ax+by+c=0$ 的距離為 $\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

5. 三角函數的和角公式 $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

6. 柯西不等式： $(a^2+b^2)(c^2+d^2) \geq (ac+bd)^2$, $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

高三仁 座號： 姓名：

一、單選題 (7 題 每題 5 分 共 35 分)

1	2	3	4	5	6	7
3	2	1	4	3	5	5

二、多選題 (6 題 每題 5 分 共 30 分)

8	9	10	11	12	13
45	1245	124	145	234	345

三、填充題 (7 格 每格 5 分 共 35 分)

A	B	C	D	E	F	G
$\frac{3}{5}$	$(-2, 28)$	12	-4	9	$-\frac{1}{2}$	170

參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

3. 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$, $x_1 \neq x_2$

4. 點 (x_1, y_1) 到直線 $ax+by+c=0$ 的距離為 $\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

5. 三角函數的和角公式 $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

6. 柯西不等式： $(a^2+b^2)(c^2+d^2) \geq (ac+bd)^2$, $a, b, c, d \in \mathbb{R}$