

臺北市立南港高工 109 學年度第 1 學期 數學科 期末考 題目卷

測驗科目	數學	測驗班級	綜高高三 社會組
測驗時間	80 分鐘	批閱方式	<input checked="" type="checkbox"/> 人工閱卷 <input type="checkbox"/> 電腦閱卷
命題教師	李昌翰	命題範圍	第一冊至第四冊

☆試題後附有參考公式及可能用到的數值

高三仁 姓名：

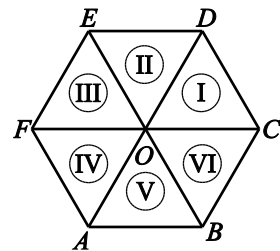
座號：

一、單選題 (7 題 每題 5 分 共 35 分)

- 若 $n = \log_2(\log_2 \sqrt{\sqrt{2}})$ ，則實數 n 之值為何？ (1)-3 (2)1 (3)-2 (4)3 (5)8
- 設 $|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 2$ 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -5$ ，則下列哪一個選項的數值最小？
(1) $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ (2) $|\vec{a} - \vec{b}|$ (3) $|\vec{a}|$ (4) $|\vec{a} + \vec{b}|$ (5) $|\vec{a} + 2\vec{b}|$ 。
- 某班級有 40 位同學，本學期彈性時間的選課統計結果如下：有 21 人選修自主學習，有 15 人選修充實補強課程，有 18 人選修學校特色活動，已知每人至少需選修一項，但有 2 人三項都選，則恰選了兩項的同學有多少人？
(1)10 (2)11 (3)19 (4)23 (5)27。

- 如圖所示， O 為正六邊形之中心。已知 $\vec{OP} = \frac{1}{3}\vec{OA} - \frac{1}{2}\vec{OB}$ ，則點 P 落在哪一個區域？

- (1) I (2) II (3) III (4) IV (5) V。



5. 已知某地區人口近三年的成長率分別為80%，60%，-40%，則此地區人口這三年的平均成長率最接近下列何者？

- (1)16% (2)20% (3)25% (4)30% (5)33%

6. 利用反方陣解矩陣方程式的方法運用在密碼學中，首先用矩陣將英文字母編碼，例如： a 以 $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 表

之， b 以 $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ 表之， z 以 $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$ 表之，而單字“box”以 $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ 表之，餘類推。今為了保密將某英文

單字以矩陣 A 表示並加密後再傳出，方法如下：選取兩個二階方陣 $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ 與 $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ，計

算 $(B+2C)A$ 後，再傳出，假設收到的內容為矩陣 $\begin{bmatrix} 12 & 13 & 14 \\ 30 & 32 & 34 \end{bmatrix}$ ，則原單字為何？

- (1)cat (2)cow (3)dog (4)pig (5)fox

7. 下列何者為方程式 $7x^3 + 4x^2 + 11x - 6 = 0$ 的根？

- (1)1 (2)-1 (3) $\frac{1}{7}$ (4) $\frac{3}{7}$ (5) $\frac{6}{7}$

二、多選題 (6題 每題5分 共30分)

8. 小宇買了一包牛肉，外包裝顯示內含牛肉500克（許可誤差 $\pm 5\%$ ）。請選出正確的選項。

- (1) 小宇打開包裝後，將牛肉秤重發現為460克，可依此判斷此包裝標示不實
(2) 小宇打開包裝後，將牛肉秤重發現為480克，可依此判斷此包裝標示不實
(3) 小宇打開包裝後，將牛肉秤重發現為515克，可依此判斷此包裝標示無誤
(4) 小宇打開包裝後，將牛肉秤重發現為530克，可依此判斷此包裝標示無誤
(5) 小宇打開包裝後，將牛肉秤重發現為550克，可依此判斷此包裝標示無誤。

9. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 之前 n 項的和 $S_n = -n^2 + 10n$ ，請選出正確的選項：

(1) $a_1 > 0$

(2) $a_n = -2n + 11$

(3) $\langle a_n \rangle$ 為公差大於 0 的等差數列

(4) S_n 的最大值為 25

(5) $a_4 + a_5 + a_6 < 0$

10. 下列關於 $f(x) = x^3 - 2x - 3$ 的敘述何者正確？

(1) $f(x) = 0$ 有三個有理根

(2) $f(x) = 0$ 恰有兩虛根

(3) $f(x) = 0$ 恰有一正根

(4) $f(x) = 0$ 在 -4 和 -3 之間有一實根

(5) 對所有 $x > 2$ ， $f(x) > 0$ 恆成立。

11. 統計 NBA 球星小皇帝詹姆斯近四場上場時間與得分數如下

上場時間 (X)	33	38	35	30
得分 (Y)	21	29	27	23

(1) 詹姆斯這四場的平均上場時間為 33

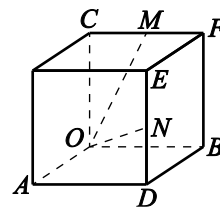
(2) 詹姆斯這四場的平均得分數為 25

(3) 詹姆斯這四場上場時間的標準差小於 3

(4) 根據此四場比賽得到 Y 對 X 的迴歸直線為 $y = \frac{15}{17}x - 5$

(5) 若下場比賽教練讓詹姆斯上場 34 分鐘，預測詹姆斯可以超過 28 分

12. 右圖是空間坐標中邊長為 2 的一個正立方體，且 M 、 N 分別為 \overline{CF} 、 \overline{DE} 的中點，則下列敘述哪些正確？



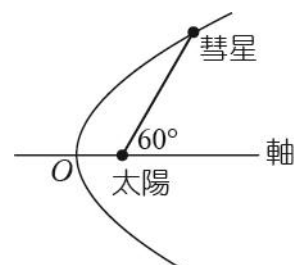
- (1) $\overline{AF} \perp \overline{CD}$
- (2) \overrightarrow{OM} 與 \overrightarrow{CO} 的夾角為 30°
- (3) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$
- (4) $\cos \angle EON = \frac{4\sqrt{3}}{9}$
- (5) $\triangle EMN$ 的面積為 $\sqrt{2}$ 。

13. 設 a 、 b 為實數，關於三元一次聯立方程式
$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + by + 2z = 2 \\ x + 3y + 4z = 3 \end{cases}$$
 的敘述，請選出正確的選項。

- (1) 若 $a = 0$ 時，則此聯立方程式必為無限多解
- (2) 若 $b = 2$ 時，則此聯立方程式必有解
- (3) 若 $a = 4$ 時，則此聯立方程式必恰有一組解
- (4) 若此聯立方程式無解，則 $a = 8$ 且 $b = 4$
- (5) 若此聯立方程式有無限多組解，則 $a + b = 2$ 。

三、填充題 (7 格 每格 5 分 共 35 分)

A. 某彗星之軌道為以太陽為焦點的一拋物線，當此星與太陽距離為 20 光年時，兩者連線與軸成 60° ，當彗星行至 O 點時，與太陽的距離為 ① 光年。



B. 若從所有二位正整數中隨機取一個數，則十位數字小於個位數字的機率為 $\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{3}}$

C. 亞洲星光學院計畫招收歌唱練習生 a 人，舞蹈練習生 b 人，其中歌唱練習生不超過 7 人，且歌唱練習生的人數要比舞蹈練習生的人數多 2 人以上，但人數差距不超過 5 人，則亞洲星光學院最多可招收練習生共 ④ ⑤ 名。

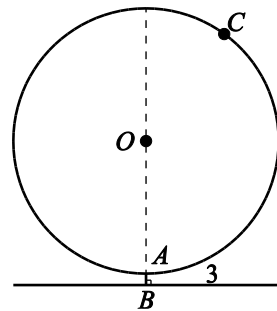
D. 口罩國家隊共有甲、乙、丙三間工廠，已知甲、乙、丙廠的生產量分別佔實名制口罩 40%、35%、25%，根據過去的資料顯示，甲廠、乙廠、丙廠生產的瑕疵口罩分別佔各廠生產產品的比例為 3%、2%、 $x\%$ 。今阿中在藥局領到一個口罩是瑕疵品，若此口罩是甲廠生產的機率為 $\frac{1}{2}$ ，則 $x = \textcircled{6}$ 。

E. 空間中一點 $A(4, 3, 2)$ 對鏡面 E 的對稱點為 $A'(2, 1, 0)$ ，且一光束由點 A 前進到鏡面 E 上的點 O ，反射後通過另一點 $B(-1, 1, 12)$ ，則點 O 坐標為(⑦ , ⑧ , ⑨)。

F. 設橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ 上有七個點 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ 、 \dots 、 $P_7(x_7, y_7)$ ，其中 $y_i = 5 - \frac{5}{4}i$ 且 $x_i > 0$

($i=1, 2, \dots, 7$)。若 F 是橢圓的一個焦點，則 $\overline{P_1F} + \overline{P_2F} + \dots + \overline{P_6F} + \overline{P_7F} = \underline{\textcircled{10}} \textcircled{11}$ 。

G. 有一假日，小宇到購物中心乘坐摩天輪，如右圖，摩天輪基座 AB 的高度為 3 公尺，軸心為 O 點，半徑為 35 公尺，而此摩天輪等速旋轉，且每旋轉一圈需 8 分鐘，小宇在 A 處乘坐，當摩天輪依逆時針方向旋轉 2 分 40 秒後，突然因地震斷電，此時小宇的位置正好在 C 處，試問小宇所在位置離地面的高度約 $\textcircled{12}$ $\textcircled{13}$ 公尺？



(四捨五入取到整數位， $\cos 60^\circ \approx 0.8660$ 、 $\sin 30^\circ = 0.5$)

臺北市立南港高工 109 學年度第 1 學期 數學科 期末考 答案卷

高三仁 座號： 姓名：

一、單選題 (7 題 每題 5 分 共 35 分)

1	2	3	4	5	6	7

二、多選題 (6 題 每題 5 分 共 30 分)

8	9	10	11	12	13

三、填充題 (7 格 每格 5 分 共 35 分)

A	B	C	D	E	F	G

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$

3. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線 (最適合直線) 方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

4. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

5. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

臺北市立南港高工 109 學年度第 1 學期 數學科 期末考 答案卷

高三仁 座號： 姓名：

一、單選題 (7 題 每題 5 分 共 35 分)

1	2	3	4	5	6	7
3	4	1	3	2	5	4

二、多選題 (6 題 每題 5 分 共 30 分)

8	9	10	11	12	13
13	124	235	234	35	235

三、填充題 (7 格 每格 5 分 共 35 分)

A	B	C	D	E	F	G
5	$\frac{2}{5}$	12	2	(1,1,4)	35	56